

Total Pages—5

104

Roll No.

May 2007

APPLIED MATHEMATICS

Time : 3 Hours

Maximum Marks : 70

नोट : (i) प्रथम प्रश्न अनिवार्य है, शेष में से किन्हीं पाँच प्रश्नों के उत्तर दीजिये।

Question No. I is compulsory, answer any Five questions from the remaining.

(ii) प्रत्येक प्रश्न के सभी भागों को क्रमवार एक साथ हल कीजिये।

Solve all parts of a question consecutively together.

(iii) प्रत्येक प्रश्न को नये पृष्ठ से प्रारम्भ कीजिये।

Start each question on fresh page.

(iv) दोनों भाषाओं में अन्तर होने की स्थिति में अंग्रेजी अनुवाद ही मान्य है।

Only English version is valid in case of difference in both the languages.

1. (i) $1+i\sqrt{3}$ को ध्रुवीय रूप में व्यक्त कीजिये।

Express $1+i\sqrt{3}$ in polar form.

- (ii) 4 लड़के व 3 लड़कियों को एक पंक्ति में कितने प्रकार से बिठाया जा सकता है कि दो लड़कियाँ एक साथ नहीं बैठें?

In a how many ways can 4 boys and 3 girls be seated in a row so that no two girls are together?

- (iii) यदि $A = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 4 & -2 \end{bmatrix}$ एवं $A^2 = KA - 2I$ तो K का मान ज्ञात कीजिये।

If $A = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 4 & -2 \end{bmatrix}$ find K so that $A^2 = KA - 2I$

- (iv) फलन $f(x) = \sqrt{9 - x^2}$ का प्रान्त ज्ञात कीजिये।

Find domain of the function $f(x) = \sqrt{9 - x^2}$.

- (v) सदिश $\vec{a} = 2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$ को सदिश $\vec{b} = \hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k}$ पर प्रक्षेप ज्ञात कीजिये।

Find projection of vector $\vec{a} = 2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$ on vector
 $\vec{b} = \hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k}$. 2x5

2. (i) $\left(\frac{3}{2}x^2 - \frac{1}{3x}\right)^6$ के प्रसार में x - रहित पद ज्ञात कीजिये।

Find term independent of x in the expansion of

$$\left(\frac{3}{2}x^2 - \frac{1}{3x}\right)^6.$$

Contd. ...

(ii) सिद्ध कीजिये:-

Solve that:

6×2

$$\frac{\sin 5x + \sin 3x}{\cos 5x + \cos 3x} = \tan 4x$$

3. (i) यदि मैट्रिक्स $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & -3 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ तो A^{-1} ज्ञात कीजिये एवं

इसकी सहायता में रेखिक समीकरण निकाय $x + 2y + z = 4$,
 $x + y + z = 0$, $x - 3y + z = 2$ को हल कीजिये।

If matrix $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & -3 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ then, find A^{-1} and

hence solve the system of linear equations
 $x + 2y + z = 4$, $-x+y+z = 0$ $x - 3y + z = 2$.

(ii) सिद्ध कीजिये:-

prove that:-

6×2

$$\begin{vmatrix} 1+a & 1 & 1 \\ 1 & 1+b & 1 \\ 1 & 1 & 1+c \end{vmatrix} = abc \left(1 + \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \right)$$

4. (i) उस सरल रेखा का समीकरण ज्ञात कीजिये जो सरल रेखा $x - 2y + 3 = 0$ के लम्बवत् है एवं x - अक्ष पर 3 का अन्त खण्ड बनाती है।

Find equation of a straight line perpendicular to the line $x - 2y + 3 = 0$ and having intercept 3 on x-axis.

- (ii) उस वृत्त का समीकरण ज्ञात कीजिये जो बिन्दुओं $(1, 2)$, $(3, -4)$ और $(5, -6)$ से गुजरता है। इसका केन्द्र व त्रिज्या भी ज्ञात कीजिये।

Find equation of the circle which passes through the points $(1, 2)$, $(3, 4)$ and $(5, -6)$. Find its centres and radius. 6×2

5. (i) ज्ञात कीजिये:—

Find :—

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{6}} \frac{\sqrt{3} \sin x - \cos x}{x - \frac{\pi}{6}}$$

- (ii) $x^{\sin x} + (\sin x)^x$ का x के सापेक्ष अवकल गुणांक ज्ञात कीजिये।

Find differential coefficient of $x^{\sin x} + (\sin x)^x$
w.r. to x . 6×2

6. (i) सिद्ध कीजिये एक दिये हुये आयतन के, ऊपर से खुले सिर वाले, बेलन का कुल पृष्ठ निम्नतम होगा यदि इसकी ऊँचाई आधार की त्रिज्या के बराबर हो।

Show that a cylinder of a given volume which is open at the top, has minimum total surface area, provided its height is equal to radius of its base.

(ii) ज्ञात कीजिये:-

Evaluate:- $\int \frac{dx}{x^{1/2} + x^{1/3}}$ 6×2

7. (i) ज्ञात कीजिये:-

Evaluate:-

$$\int_0^{\pi/4} \log(1 + \tan x) dx$$

(ii) हल कीजिये:-

Solve:-

$$(x^2 + y^2) \frac{dy}{dx} = 8x^2 - 3xy + 2y^2$$
 6×2

8. सदिश \vec{a} और \vec{b} के लिये सिद्ध कीजिये:-

For vectors \vec{a} and \vec{b} prove that:-

$$(\vec{a} \times \vec{b})^2 = a^2 b^2 - (\vec{a} \cdot \vec{b})^2$$

जहाँ Where $a = |\vec{a}|$ $b = |\vec{b}|$

(i) सिप्सन के 3/8 नियम की सहायता से $\int_0^1 \frac{dx}{1+x^2}$ का मान ज्ञात कीजिये।

Use Simpsons 3/8 rule to evaluate $\int_0^1 \frac{dx}{1+x^2}$. 6×2
