

A ladder 5 m long is leaning against a wall. The bottom of ladder is pulled along the ground away from the wall at the rate 2 m/sec. How fast its height on the wall decreasing when foot of the ladder is 4 m away from the wall ?

(ii) ज्ञात कीजिये :

Evaluate :

$$\int \frac{dx}{5 + 4 \sin x}$$

6 × 2

7. (i) हल कीजिये :

Solve :

$$x \frac{dy}{dx} + y = x \log x$$

(ii) हल कीजिये :

Solve :

$$(D^2 + 3D + 2)y = e^{-x} + \sin 2x$$

6 × 2

8. (i) यदि सदिश  $2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$ ,  $\hat{i} + 2\hat{j} - 3\hat{k}$  और  $3\hat{i} + p\hat{j} + 5\hat{k}$  समतलीय है तो p का मान ज्ञात कीजिये ।

If vectors  $2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$ ,  $\hat{i} + 2\hat{j} - 3\hat{k}$  and  $3\hat{i} + p\hat{j} + 5\hat{k}$  are coplanar, then find value of p.

(ii) हल कीजिये :

Evaluate :

$$\int_0^{\pi/2} \frac{\sin x \, dx}{\sin x + x}$$

6 × 2

MAY-2009

## APPLIED MATHEMATICS

Time : 3 Hours

Maximum Marks : 70

नोट : (i) प्रथम प्रश्न अनिवार्य है, शेष में से किन्हीं पाँच प्रश्नों के उत्तर दीजिये ।

Question No. 1 is compulsory, answer any Five questions from the remaining.

(ii) प्रत्येक प्रश्न के सभी भागों को क्रमवार एक साथ हल कीजिये ।  
Solve all parts of a question consecutively together.

(iii) प्रत्येक प्रश्न को नये पृष्ठ से प्रारम्भ कीजिये ।

Start each question on a fresh page.

(iv) दोनों भाषाओं में अन्तर होने की स्थिति में अंग्रेजी अनुवाद ही मान्य है ।

Only English version is valid in case of difference in both the languages.

1. (i) यदि  ${}^{10}P_r = 2 \cdot {}^9P_r$  तो r का मान ज्ञात कीजिये ।

If  ${}^{10}P_r = 2 \cdot {}^9P_r$ , then find r.

(ii)  $x^3 e^x \sin x$  का x के सापेक्ष अवकलन कीजिये ।

Differentiate  $x^3 e^x \sin x$  w.r. to x.

(iii) निम्न अवकल समीकरण का क्रम एवं घात ज्ञात कीजिये :

Determine order and degree of the following differential equation :

$$\frac{\left[1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right]^{\frac{3}{2}}}{\frac{d^2y}{dx^2}} = K$$

- (iv) सिद्ध कीजिये बिन्दु  $(-1, -1)$ ,  $(2, 3)$  एवं  $(8, 11)$  समरेखीय है।

Prove that the points  $(-1, -1)$ ,  $(2, 3)$  and  $(8, 11)$  are collinear.

- (v) ज्ञात कीजिये :

Evaluate :

$$\int \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}} dx \quad 2 \times 5$$

2. (i) सिद्ध कीजिये :

Prove that :

$$\log(1+x) = \frac{x}{1+x} + \frac{1}{2} \left( \frac{x}{1+x} \right)^2 + \frac{1}{3} \left( \frac{x}{1+x} \right)^3 + \dots$$

- (ii) सिद्ध कीजिये :

Prove that :

$$\frac{\sin 5x - 2 \sin 3x + \sin x}{\cos 5x - \cos x} = \tan x \quad 6 \times 2$$

3. (i) निम्न रेखिक समीकरण निकाय को हल कीजिये :

Solve the following system of linear equations :

$$x + y + z = 6, \quad x + 2z = 7, \quad 3x + y + z = 12.$$

- (ii) सिद्ध कीजिये :

Prove that :

$$\begin{vmatrix} 1 & a & a^3 \\ 1 & b & b^3 \\ 1 & c & c^3 \end{vmatrix} = (a-b)(b-c)(c-a)(a+b+c)$$

6 × 2

4. (i) उस सरल रेखा का समीकरण ज्ञात कीजिये जो बिन्दु  $(-2, 3)$  से गुजरती है एवं सरल रेखा  $3x - 4y + 2 = 0$  के समान्तर है।

Find equation of the line which passes through the point  $(-2, 3)$  and parallel to the line  $3x - 4y + 2 = 0$ .

- (ii) अतिपरवलय  $x^2 - 2y^2 - 2x + 8y - 1 = 0$  का केन्द्र, नाभियाँ, अक्षों की लम्बाई एवं नाभिलम्ब की लम्बाई ज्ञात कीजिये।

Find the centre, foci, length of axes and length of latus rectum of the hyperbola  $x^2 - 2y^2 - 2x + 8y - 1 = 0$ . 6 × 2

5. (i)  $x = 0$  पर निम्न फलन के सांतत्य का परीक्षण कीजिये :

Examine continuity of the following function at  $x = 0$

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x}{|x|} & , \text{ (यदि) (if) } x \neq 0 \\ 0 & , \text{ (यदि) (if) } x = 0 \end{cases}$$

- (ii) यदि  $y = [x + \sqrt{x^2 + 1}]^m$ , तो सिद्ध कीजिये :

If  $y = [x + \sqrt{x^2 + 1}]^m$ , then prove that :

$$(1 + x^2)y_2 + xy_1 - m^2y = 0. \quad 6 \times 2$$

6. (i) एक 5 मीटर लम्बी सीढ़ी का एक सिरा दीवार के सहारे व दूसरा सिरा जमीन पर है। सीढ़ी का निचला सिरा दीवार से दूर 2 मी./से. की दर से खींचा जा रहा है। ज्ञात कीजिये सीढ़ी का ऊपरी सिरा किस दर से दीवार से नीचे आ रहा है जबकि सीढ़ी का दूसरा सिरा दीवार से 4 मीटर की दूरी पर हो।