

Total Pages—5

104

Roll No.

May 2008

APPLIED MATHEMATICS

Time : 3 Hours

Maximum Marks : 70

नोट : (i) प्रथम प्रश्न अनिवार्य है, शेष में से किन्हीं पाँच प्रश्नों के उत्तर दीजिये।

Question No.1 is compulsory, answer any Five questions from the remaining.

(ii) प्रत्येक प्रश्न के सभी भागों को क्रमवार एक साथ हल कीजिये।

Solve all parts of a question consecutively together.

(iii) प्रत्येक प्रश्न को नये पृष्ठ से प्रारम्भ कीजिये।

Start each question on fresh page.

(iv) दोनों भाषाओं में अन्तर होने की स्थिति में अंग्रेजी अनुवाद ही मान्य है।

Only English version is valid in case of difference in both the languages.

1. (i) समिश्र संख्या $\frac{1+i}{\sqrt{2}}$ को ध्रुवीय रूप में लिखिए।

Write the complex number $\frac{1+i}{\sqrt{2}}$ in polar form.

- (ii) यदि $\cos A = \frac{12}{13}$, तो $\sin 2A$ का मान ज्ञात कीजिए।

If $\cos A = \frac{12}{13}$ then find the value of $\sin 2A$.

- (iii) सिद्ध कीजिए कि मैट्रिक्स $A = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1+i & -1+i \\ 1+i & 1-i \end{bmatrix}$ ऐकिक मैट्रिक्स है।

Prove that the matrix $A = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1+i & -1+i \\ 1+i & 1-i \end{bmatrix}$ is a unitary matrix.

- (iv) उस वृत्ति का समीकरण ज्ञात कीजिए जिसका केंद्र $(a \cos \alpha, a \sin \alpha)$ तथा त्रिज्या a हो।

Find the equation of a circle whose centre and radius are $(a \cos \alpha, a \sin \alpha)$ and a respectively.

- (v) यदि $f(x) = x^2 - \frac{1}{x^2}$ तो $f(x) + f\left(\frac{1}{x}\right)$ का मान ज्ञात कीजिए।

If $f(x) = x^2 - \frac{1}{x^2}$ than find the value $f(x) + f\left(\frac{1}{x}\right)$.

2. (i) $\left(x - \frac{1}{x}\right)^{12}$ के द्विपद प्रसार में 10 वां पद ज्ञात कीजिए।

Find the 10th term in Binomial expansion of $\left(x - \frac{1}{x}\right)^{12}$.

Contd. ...

(ii) सिद्ध कीजिये।

Prove that

$$\sin 20^\circ \sin 40^\circ \sin 60^\circ \sin 80^\circ = \frac{3}{16} \quad 6 \times 2$$

3. (i) प्रतिलोम मैट्रिक्स का प्रयोग कर निम्न समीकरण हल कीजिए।

Solve the following equations by using inverse matrix method.

$$2x - y + 3z = 9, \quad x + y + z = 6, \quad x - y + z = 2$$

(ii) चूटन रेफसन विधि द्वारा समीकरण $x^3 - 3x - 5 = 0$ का वास्तविक मूल चार दशमलव स्थानों तक ज्ञात कीजिये।

Find the real root of the equation $x^3 - 3x - 5 = 0$ correct to four places of decimals by Newton Raphson method. 6×2

4. (i) उस सरल रेखा का समीकरण ज्ञात कीजिए जो बिन्दु $(2, -1)$ से गुजरती है तथा रेखा $4x + 3y + 8 = 0$ के लम्ब है।

Find the equation of the straight line passes through the point $(2, -1)$ and perpendicular to the line $4x+3y+8=0$.

(ii) सिद्ध कीजिए कि रेखा $y = mx + c$ परवलय $y^2 = 4a(x + a)$ को स्पर्श करती है यदि $c = am + \frac{a}{m}$.

Contd..

104

(- 4 -)

Prove that the line $y = mx + c$ touches the parabola

$$y^2 = 4a(x + a) \text{ if } c = am + \frac{a}{m}. \quad 6 \times 2$$

5. (i) निम्न फलन की $x=1$ पर अवकलनीयता की जांच कीजिए:-

Test the differentiability of the following function
at $x=1$:-

$$f(x) = \begin{cases} x^2, & \text{when } 0 \leq x \leq 1 \\ x^3 - x + 1, & \text{when } x > 1 \end{cases}$$

(ii) यदि $y = \tan^{-1} \left\{ \frac{\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x}}{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}} \right\}$ तो $\frac{dy}{dx}$ का मान ज्ञात
कीजिए।

If $y = \tan^{-1} \left\{ \frac{\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x}}{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}} \right\}$ then find $\frac{dy}{dx}. \quad 6 \times 2$

6. (i) समाकलन $\int \frac{x^2 - 1}{x^4 + 1} dx$ का मान ज्ञात कीजिए।

Find the value of integral $\int \frac{x^2 - 1}{x^4 + 1} dx$

(ii) सिद्ध कीजिए कि $\int_0^\pi \frac{x \sin x}{1 + \cos^2 x} dx = \frac{\pi^2}{4}$

Prove that $\int_0^\pi \frac{x \sin x}{1 + \cos^2 x} dx = \frac{\pi^2}{4} \quad 6 \times 2$

Contd..

7. निम्न अवकल समीकरण हल कीजिए।

Solve the following differential equations.

(i) $\cos^2 x \frac{dy}{dx} + y = \tan x$

(ii) $\frac{d^3y}{dx^3} + \frac{d^2y}{dx^2} - \frac{dy}{dx} - y = \cos 2x$ 6×2

8. (i) सिद्ध कीजिए कि निर्दिष्ट धारिता के शंक्वाकार तम्बू में न्यूनतम कैनवस तब लगेगी जब उसकी ऊंचाई आधार की त्रिज्या की $\sqrt{2}$ गुनी होगी।

Prove that a conical tent of a given capacity will require the least amount of canvas when the height is $\sqrt{2}$ times the radius of the base.

(ii) बिन्दु $2i - j + 3k$ से होकर जाने वाले बल $3i + k$ का बिन्दु $i + 2j - k$ के सापेक्ष आघूर्ण ज्ञात कीजिए।

Find the moments of the force $3i+k$ about the point $i+2j-k$ which passes through the point $2i - j + 3k$. 6×2